



Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Ημερομηνία : 20 ΜΑΪΟΥ 2023
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ : ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΣΚΑΡΠΕΝΤΖΟΣ

ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2023-2024

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α [ΜΟΝΑΔΕΣ 30]

A1. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

- α) Το διπλάσιο του $\sqrt{3}$ είναι το $\sqrt{6}$. Σ Λ
- β) Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha\gamma < \beta\gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$. Σ Λ
- γ) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας. Σ Λ
- δ) Ισχύει ότι $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2} = \frac{1}{2} - 1$. Σ Λ
- ε) Η εξίσωση $x^2 + 5x + 10 = x(x + 3)$ είναι 2^{ου} βαθμού. Σ Λ

Μονάδες 10 [2+2+2+2+2]

A2. Να αντιστοιχίσετε κάθε ισότητα της στήλης Α με το αντίστοιχο συμπέρασμα της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. Αν $(\alpha + \beta)^2 = 2\alpha\beta$	α. Τότε $\alpha = \beta$
2. Αν $(\alpha + \beta)^2 - 2(\alpha^2 + \beta^2) = 0$	β. Τότε οι α, β είναι αντίστροφοι
3. Αν $\alpha^2 + 2\beta^2 = -2\alpha\beta + \beta^2$	γ. Τότε $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$
4. Αν $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$	δ. Τότε οι α, β είναι αντίθετοι
5. Αν $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4$	ε. Τότε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$

Μονάδες 10 [2+2+2+2+2]



A3. Για τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει: $\frac{4x+5y}{x-4y} = -2$.

α) Να δείξετε ότι $y = 2x$.

β) Για $y = 2x$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{2x^2+3y^2+xy}{xy}$.

Μονάδες 10 [5+5]

ΘΕΜΑ Β [ΜΟΝΑΔΕΣ 20]

B1 Έστω x, y πραγματικοί αριθμοί. Δίνεται η παράσταση: $A = (x + y)^2 - 2(x - y)^2 - 2y(3x - y) + x^2$

α) Να αποδείξετε ότι: $A = y^2$

β) Να υπολογίσετε τον αριθμό $\kappa = 2025^2 - 2 \cdot 2023^2 - 2 \cdot 6071 + 2024^2$

B2 α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B = (x - 2)^2 - 2(x + 1)^3 + x^2 \cdot (2x + 5) - 5(1 - 2x)$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Gamma = B^3 - 3B^2 + 3B - 1$, όπου B η τιμή της παράστασης του ερωτήματος B2 (α)

Μονάδες 20 [10(5+5)+10(8+2)]

ΘΕΜΑ Γ [ΜΟΝΑΔΕΣ 25]

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{x^3-2x^2+2x-4}{x^3+2x}$ και $B = \frac{x^2-4x}{x^2-5x+4}$

Γ1. Για τις τιμές που ορίζονται να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A και B .

Γ2. Για τις τιμές που ορίζονται να αποδείξετε ότι $A - B + \frac{4x-3}{x^2-x} = \frac{1}{x}$

Μονάδες 25 [15+10]

ΘΕΜΑ Δ [ΜΟΝΑΔΕΣ 25]

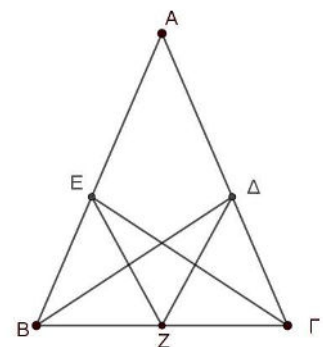
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE και το σημείο Z μέσο της $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

Δ1. $B\Delta = \Gamma E$

Δ2. $ZE = Z\Delta$

Δ3. Τα σημεία Δ και E ισαπέχουν από τις ίσες πλευρές AB και AG αντίστοιχα.

****Να μην μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας.****



Μονάδες 25 [8+8+9]

Ο Καθηγητής

Ο Διευθυντής

Σκαρπέντζος Γεώργιος
Μαθηματικός M.Ed., M.Sc.

Σκαρπέντζος Γεώργιος
Μαθηματικός M.Ed., M.Sc.

