



Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
Ημερομηνία : 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021  
Εισηγητής : ΤΣΕΤΙΚΑ ΑΝΤΙΓΟΝΗ

ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2021-2022

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις

α) Αν  $x$  πραγματικός αριθμός, τότε  $\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 3 = x^2$ . Σ Λ

β) Οι αριθμοί  $A = \frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{50}}$  και  $B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  είναι αντίστροφοι. Σ Λ

γ) Ο αριθμός  $(-5)^{-2}$  είναι θετικός. Σ Λ

δ) Το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^2 + 5x^3 - 8$  είναι δευτέρου βαθμού. Σ Λ

ε) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μία, τότε είναι ίσα. Σ Λ

Μονάδες 10 [2+2+2+2+2]

**A2.** Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις επόμενες ισότητες συμπληρώνοντας τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες.

α)  $(3x - \dots)^2 = \dots - 6xy + \dots$

β)  $(x - \dots)^3 = \dots - \dots + 12xy^2 - \dots$

γ)  $(\dots + \dots)^2 = \alpha^2 + \alpha\beta + \dots$

Μονάδες 9 [3+3+3]

**A3.** α) Να αποδείξετε ότι  $(\alpha-1)(\alpha+1)(\alpha^2+1) - (\alpha-2)(\alpha+2)(\alpha^2+4) = 15$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = 9 \cdot 11 \cdot 101 - 8 \cdot 12 \cdot 104$

Μονάδες 11 [8+3]



### ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^2 - 4x + 2$

**B1.** Αν  $\alpha = \frac{1}{P(0)}$  και  $\beta = -\frac{P(\frac{1}{2})}{3}$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{(\alpha^2\beta)^3(\alpha\beta^3)^2}{\beta^7(\alpha^3)^4}$

**B2.** Να βρείτε το πολυώνυμο  $Q(x) = P(2x - 1)$

**B3.** Αν  $Q(x)$  το πολυώνυμο που βρήκατε στο ερώτημα **B2**, να λύσετε την εξίσωση  $Q(x)=P(1)$

Μονάδες 20 [10+5+5]

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$  και  $B = \frac{x^3-9x-x^2+9}{x^2+4x+3}$

**Γ1.** α) να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα  $x^2 - 1$ ,  $x^2 + 4x + 3$ ,  $x^2 + 2x + 1$  και  $x^3 - 9x - x^2 + 9$   
β) να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται καθεμιά από τις παραστάσεις  $A$  και  $B$  και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι  $A \cdot B = x - 3$

**Γ2.** Για τις τιμές που ορίζονται, να κάνετε τις πράξεις:

α)  $\frac{1}{A \cdot B} + \frac{2}{x+3} - \frac{12}{9-x^2}$

β)  $\left(\frac{A \cdot B}{x-3} - \frac{2x+3}{x+1} : \frac{2x^2+1}{x^2-1}\right) : \frac{16-x^2}{2x^2+1}$

Μονάδες 30 [18+12]

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) και  $K, \Lambda, M$  τα μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $AG$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα. Από το σημείο  $M$  φέρνουμε  $ME$  κάθετη στην πλευρά  $AB$  και  $M\Delta$  κάθετη στην πλευρά  $AG$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $M\Delta=ME$

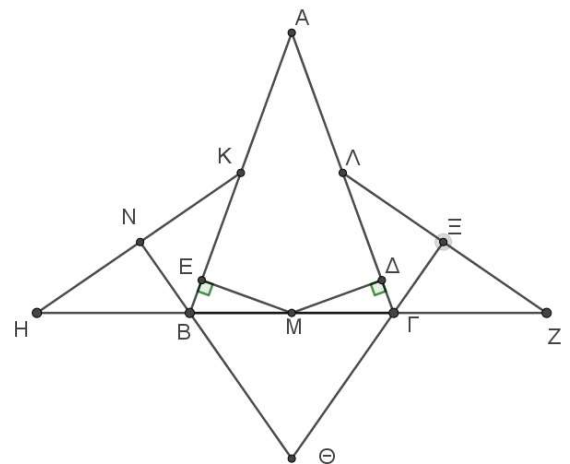
**Δ2.** Στη συνέχεια προεκτείνουμε την  $B\Gamma$  προς το  $\Gamma$  κατά τμήμα  $\Gamma Z$  και προς το  $B$  κατά τμήμα  $BH$ , έτσι ώστε  $\Gamma Z=BH$ .

α) να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $\Lambda\Gamma Z$  και  $KBH$  είναι ίσα.

β) Αν οι διχοτόμοι των γωνιών  $\widehat{KBH}$  και  $\widehat{\Lambda\Gamma Z}$  τέμνονται στο  $\Theta$  και η γωνία  $\widehat{AB\Gamma} = 70^\circ$  να υπολογίσετε την γωνία  $\widehat{B\Theta\Gamma}$ .

**\*\*Να μην μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας.\*\***

Μονάδες 20 [6+8+6]



### Η καθηγήτρια

Τσέτικα Αντιγόνη  
Μαθηματικός

### Ο Διευθυντής

Σκαρπέντζος Γεώργιος  
Μαθηματικός M.Ed., M.Sc.

