



Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
Ημερομηνία : 27 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2025  
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ : ΧΡΙΣΤΟΠΟΥΛΟΥ ΑΛΕΞΙΑ

## ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΤΟΥΣ 2025-2026 ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΘΕΜΑΤΑ

### ΘΕΜΑ Α

**A1)** Να γράψετε εάν είναι σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω προτάσεις.

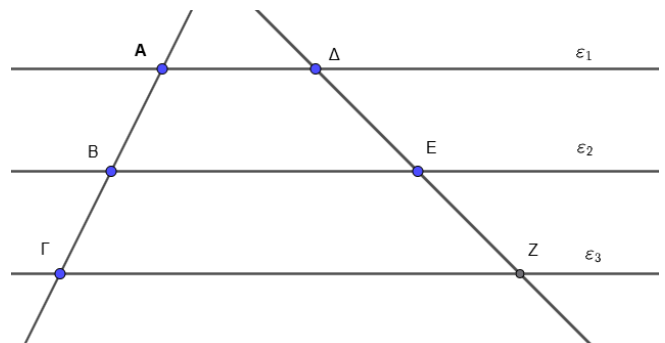
- α) Αν η εξίσωση  $ax = \beta$  έχει μοναδική λύση, τότε και η εξίσωση  $\beta x = a$  έχει μοναδική λύση.  
β) Αν  $a, \beta, \gamma \neq 0$  και η εξίσωση  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  έχει 2 ρίζες άνισες, τότε και η εξίσωση  $\gamma x^2 - \beta x + a = 0$  έχει 2 ρίζες άνισες.  
γ) Αν για δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $Z\eta\Theta$  ισχύουν  $AB = Z\Theta$ ,  $B\Gamma = \eta\Theta$  και  $\hat{B} = \hat{Z}$  τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.  
δ) Η εξίσωση  $1453x^2 + 1922x - \sqrt{1940} = 0$  έχει 2 άνισες ρίζες.  
ε) Δύο ισοσκελή τρίγωνα με μια γωνία ίση είναι όμοια.

Μονάδες 10 [2+2+2+2+2]

**A2)** Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

1) Αν  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ ,  $AB = B\Gamma$ ,  $\Delta E = \chi$  και  $EZ = \frac{\chi^2 - 3}{2}$ , τότε το  $\chi$  ισούται με:

A. 2   B.  $\frac{1}{2}$    Γ.  $\sqrt{2}$    Δ. 3



2) Η παράσταση  $\frac{\alpha\beta+\alpha}{\alpha^2\gamma}$  αν απλοποιηθεί γίνεται:

A.  $\frac{\beta+\alpha}{\alpha\gamma}$    B.  $\frac{\beta}{\gamma}$    Γ.  $\frac{\beta+1}{\alpha\gamma}$    Δ.  $\frac{\beta+1}{\gamma}$

3) Το γινόμενο  $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$  είναι ίσο με:

A.  $\alpha^2-\beta^2$    B.  $\beta^2-\alpha^2$    Γ.  $-\alpha^2-\beta^2$    Δ.  $\alpha^2+\beta^2$

4) Αν  $P(x)=2025x^4-2024x^2-2023x-1$  τότε το  $P(P(0))$  είναι ίσο με:

A. 2023   B. -2023   Γ. -1   Δ. 0

5) Τα πολυώνυμα  $P(x)=(x-2)(x-3)$  και  $Q(x)=\alpha x^2+\beta x+6$  είναι ίσα όταν:

A.  $\alpha=1$  και  $\beta=5$    B.  $\alpha=2$  και  $\beta=3$    Γ.  $\alpha=1$  και  $\beta=-5$    Δ.  $\alpha=-5$  και  $\beta=1$

Μονάδες 10[2+2+2+2+2]

### ΘΕΜΑ Β

**B1)** Να γράψετε το πολυώνυμο  $A(x)=(2x-1)^3-x(-3x+2)^2+x^2(x+1)+2$  ως τέλειο τετράγωνο

**B2)** Να λυθεί η εξίσωση  $3A(x)-B(x)=2x(x+5)$  όπου  $A(x)$  το πολυώνυμο του ερωτήματος B1 και  $B(x)=-2x^2+x+1$

Μονάδες 25 [13+12]

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x)=x^3+\alpha x^2-x+2$  και  $Q(x)=x^3+x^2+2\alpha x-4$

**Γ1)** Αν ισχύει ότι  $P(3)=Q(1)+14$ , να βρείτε το  $\alpha$

Για  $\alpha=-2$

**Γ2)** Να παραγοντοποιήσετε τα  $P(x)$  και  $Q(x)$

**Γ3)** Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις για τις τιμές που ορίζονται:

$$A = \frac{P(x)}{x^2+2x} : \frac{Q(x)}{x^2+4x+4} \quad \text{και} \quad B = \frac{P(x)}{x^2+2x+1} + \frac{x^2-4}{Q(x)} : \frac{1}{x-1}$$

**Γ4)** Να δείξετε ότι  $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{x^2+1}{(x-1)^2}$

Μονάδες 30 [5+8+10+7]



### ΘΕΜΑ Δ

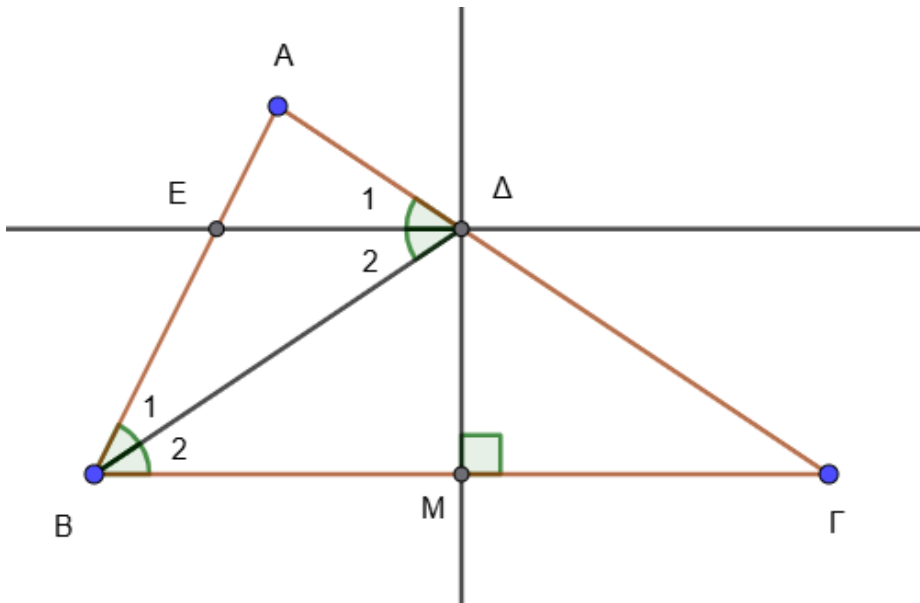
Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Η μεσοκάθετος της πλευράς  $B\Gamma$  τέμνει την πλευρά  $A\Gamma$  στο σημείο  $\Delta$  και η παράλληλη από το  $\Delta$  προς τη  $B\Gamma$  τέμνει την πλευρά  $AB$  στο σημείο  $E$ . Να αποδείξετε ότι:

**Δ1)** Το τρίγωνο  $B\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές

**Δ2)** Η  $\Delta E$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A\Delta B$

**Δ3)** Τα τρίγωνα  $AE\Delta$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια

**Δ4)** Αν  $AE=3$ ,  $B\Gamma=12$ ,  $E\Delta=\chi$ ,  $AB=\chi+5$ ,  $A\Delta=5$  και  $A\Gamma=\psi$ . Να βρείτε τα  $\chi$  και  $\psi$



Μονάδες 25[6+7+6+6]

Η καθηγήτρια

Χριστοπούλου Αλεξία

Μαθηματικός

Η διευθύντρια

Πολυζώη Νίκη

Χημικός

